

方法精讲-数量 1

主讲教师：唐宋

授课时间：2019.05.01



粉笔公考·官方微信

方法精讲-数量 1（笔记）

【注意】1. 说在课前：

（1）在国考中，数量关系有两种题型：数字推理（给 1、3、5、7、9，问下一项）和数学运算（应用题，工程、行程问题），但是在国考近十年只考数学运算，不考数字推理，在 2010 年之后就没有考过数字推理。

（2）如果考的是省部级/副省级，题量是 15 题，如果考的是地市级及以下，题量是 10 题。

（3）国考的分值比较透明，不像省考，每个省不一样，且没有公开。国考数学每题都是 0.7 分。

（4）数学一般正确率是 30%，建议大家达到 60%左右，如果达不到这个水平，数学有一个特点，不一定要做到 60%，要各个击破，无需每题都做，要选择好做的做。比较好懂和简单的，10 题做对 4~5 个，15 题做对 5~6 个，剩下的题目按照 1/4 概率去蒙，也能达到 60%的正确率，10 个也能对 6 个左右，15 个能对 8~9 个。数学和资料分析一样，能做出来，正确率就比较高。

5. 数学要做到百分之八九十是很难达到的，因为时间不够，做数学一般只剩十来分钟。数学不是雪中送炭，如果资料、判断、言语做不好，是不能靠数学来提分的，数学是 70~80 分的提分模块，如果考 70 分，做了数学可能达到 75 分。

2. 数学运算：数学的知识点非常杂碎，如果每个题型都放在方法精讲，要讲半个月，因此有些课程放到学霸养成课。

（1）三大方法（第一天）：代入排除法、倍数特性法、方程法。

（2）六大题型（后三天）：占 80%。

①工程问题、行程问题。

②经济利润、最值问题。

③容斥原理、排列组合与概率。

（3）学霸课（占 20%）：周期、溶度问题、线段法、数字推理等。

第一节 代入排除法

【知识点】代入排除法：中学选择题只占 1/3，有 2/3 是填空题或解答题；公务员考试全部是选择题，甚至可以每题都代入排除。

1. 什么时候用？

(1) 题型：年龄（比如甲乙丙丁和爸爸年龄的关系）、余数（除以几余几）、不定方程（未知数多，方程少，比如 $x+y=10$ ，会做可以用消元、配系数，如果不会做可以代入选项验证）、多位数（个位/十位/百位对调，或者百位比十位大几）。

(2) 选项信息充分：

①选项为一组数（甲=?、乙=?、丙=?，代一个选项，其他未知数变成已知）。

②选项可以转化为一组数（问法：分别/各），比如 A 项：甲=30，条件可能结合了某句话就能转化为一组数，给了甲=乙*3，此时代入 A 项就可以推出乙=10，看似只代了一个甲，实际上也能把乙算出来。例：2017 年广东，条件分别有甲乙、乙丙、丙丁的和，问丁=?，如果代入丁，也能求出甲、乙、丙的值。

(3) 其它：

①排除后只剩两项（此时代一次必得答案，即剩二代一，陕西八个选项可以排除 5 个，最多代 2 个即可）。

②条件特复杂（如果不想放弃，可以代入）。

2. 怎么用？优先排除（排除两个，剩下两个代一个即可），排除不了再进行代入。

(1) 怎么排除：尾数（容斥原理经常用尾数法排除选项）、奇偶（用得最多的是不定方程，出现“偶数倍”）、倍数（用得最多，专门为代入排除应用，第二节重点讲）。

(2) 怎么代入：

①简单入手：比如选项是 300、345，优先代入好算的 300，计算量会小一点，比如 2019 年联考，有一题选项分别是 160、180、200、220，优先代入 200，如果从 160 开始代比较浪费时间。

②最值代入：比如问最大可能是多少，选项是 22、18、20、21，如果代入 22 是错的，问最大要从大往小代，第二个代入 21，再代入 20、18。

【例 1】(2018 江西)一家三口,妈妈比儿子大 26 岁,爸爸比儿子大 33 岁。1995 年,一家三口的年龄之和为 62。那么,2018 年儿子、妈妈和爸爸的年龄分别是:

- A. 23, 51, 57 B. 24, 50, 57
C. 25, 51, 57 D. 26, 52, 58

【解析】例 1. 方法一: 年龄问题, 想到代入或者列方程, 问的是分别, 选项信息足够充分, 用代入排除比较有优势。问的是 2018 年儿子、妈妈和爸爸的年龄分别是多少, 题目有三个条件: (1) 妈妈比儿子大 26 岁; (2) 爸爸比儿子大 33 岁; (3) 1995 年, 一家三口的年龄之和为 62, (3) 是最麻烦的, 优先验证简单的条件。验证 (1), 代入 A 项: $51-23 \neq 26$, 排除 A 项; 代入 B 项: $50-24=26$ 、(1) 符合, 且爸爸的年龄比儿子大 $57-24=33$, 也符合 (2), 23 年前 (1995 年) 一家三口的年龄之和 $1+27+34=62$, 因此③也是对的, B 项正确。

方法二: 先验证简单的条件, 验证第一个条件, 排除 A 项, B、C、D 项第一个条件都符合, 再根据第二个条件可知, 父母差 7 岁, 只有 B 项符合。【选 B】

【注意】很多同学跟着老师会做, 自己做就蒙, 是没有养成先判断题型, 再选择方法的习惯。

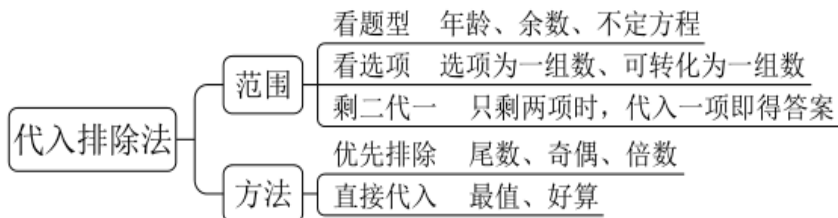
【例 2】(2019 北京) 某工厂有甲、乙、丙 3 条生产线, 每小时均生产整数件产品。其中甲生产线的效率是乙生产线的 3 倍, 且每小时比丙生产线多生产 9 件产品。已知 3 条生产线每小时生产的产品之和不到 100 件且为质数, 则乙生产线每小时最多可能生产多少件产品?

- A. 14 B. 12
C. 11 D. 8

【解析】例 2. 本题比较新颖。根据“甲生产线的效率是乙生产线的 3 倍, 且每小时比丙生产线多生产 9 件产品”, 给了甲乙、甲丙的关系; “不到 100 件”不能等于 100; “质数”是孤独的数, 即中小学学过的词, 是除了 1 和本身以外, 不能被别的数整除。问乙生产线每小时最多可能生产多少件产品, 正常解方程是解不出来的, 因为甲、乙、丙的和不确定, 三个量之间只有两个等量关系, 即两

【答案汇总】1-3: BAD

°思维导图



【小结】代入排除法：

1. 范围：

(1) 看题型：年龄（第一题）、余数（第三题）、不定方程（第二题）、多位数（考得少）

(2) 看选项：选项为一组数、可转化为一组数。

(3) 剩二代一：只剩两项时，代入一项即得答案。

2. 方法：

(1) 优先排除：尾数、奇偶、倍数。

(2) 直接代入：最值、好算。

第二节 倍数特性法

【知识点】倍数特性：也叫秒杀/整除法。

1. 整除型：若 $A=B \times C$ （B、C 均为整数），比如 $100=5 \times 20$ ，则：

(1) A 能被 B 或 C 整除，100 能被 5 整除，也能被 20 整除。

(2) B 和 C 均是 A 的约数，5 和 20 均是 100 的约数。

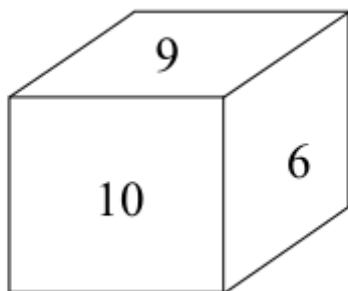
(3) 有一个工程，交给甲乙两人做，需要 12 天做完，还给了其他条件，问工程总量是几件，答案分别是 120、130、140、150，总量=12 天*每天的量，每天的量不知，但是总量是 12*一个整数得到，则总量可以被 12 整除，只有 120 符合。A=已知整数*未知数，则 A 能被已知整数整除。

2. 余数型。

3. 比例型。

一、整除型

【例 1】(2017 福建) 如图，一个正方体的表面上分别写着连续的 6 个整数，且每两个相对面上的两个数的和都相等，则这 6 个整数的和为：



- A. 53
- B. 52
- C. 51
- D. 50

【解析】例 1. 根据“且每两个相对面上的两个数的和都相等”，上下、前后、左右各是一组相对面，可知有三组相对面，每组向对面都有 2 个数。假设上下的和为 x 、则左右、前后的和都为 x ，问这 6 个整数的和为，列式： $x+x+x=3x$ ，则结果是 3 的倍数，只有 C 项 51 是 3 的倍数。【选 C】

【注意】本题无需算出 6 个数是多少，根据答案是 3 的倍数即可。

【例 2】(2017 江西) 某公司研发出了一款新产品，当每件新产品的售价为 3000 元时，恰好能售出 15 万件。若新产品的售价每增加 200 元时，就要少售出 1 万件。如果该公司仅售出 12 万件新产品，那么该公司新产品的销售总额为：

- A. 4.72 亿元
- B. 4.46 亿元
- C. 4.64 亿元
- D. 4.32 亿元

【解析】例 2. “新产品的售价每增加 200 元时，就要少售出 1 万件”，即增加 1 个 200 元，即少卖 1 万件，卖了 14 万件，如果增加 10 个 2000 元，则少卖 10 个 1 万件。常规的思维要算 12 万件对应的单价是多少，再用单价*12 万，但是销售总额=12 万件*单价，12 万是商品的件数，是整数，单件也是整数，则结

果=12*一个整数，即总额为 12 的倍数，有同学会说答案有小数点，不是整数，要注意答案的单位是亿元，比如 A 项=47200 万。12 可以分解为 $3*4$ ，则一个数要能被 12 整除，就能被 3 和 4 整除，相当于验证 3 的倍数即可（看各位数之和）。A 项=4+7+2=13，不能被 3 整除，排除；B 项=4+4+6=14，不能被 3 整除，排除；C 项=4+6+4=14，不能被 3 整除，排除，只有 D 项=4+3+2=9 是 3 的倍数。【选 D】

【注意】1. 看到 12 万件，则总额是 12 的倍数，验证选项是 12 的倍数即可；如果是 11 万件，找 11 的倍数即可。

2. 扩展：12= $3*4$ ，也可以写成 $2*6$ ，验证被 2 和 6 整除是错的，因式分解验证两个数之间是否有倍数关系，要验证成两个数之间有没有公约数，2 和 6 之间是有公约数的，则最小公倍数不是他们的乘积，比如 18 能被 2 和 6 整除，但是 18 不能被 12 整除。验证一个数能否被 18 整除，18 分解成 $3*6$ 是错的（3 和 6 有公约数），只能分解成 $2*9$ ；45 不能分解成 $3*15$ ，只能分解成 $5*9$ 。

3. 本题无需验证 4，因为验证 3 可以直接排除 A、B、C 项。验证 4 的倍数要看末两位，本题四个选项都可以被 4 整除，4 的倍数排除选项的能力比较弱，因此验证 3 即可。

【答案汇总】1-2: CD

二、余数型

【知识点】余数型：刚才学习的整除型，相当于 $()=3x$ 或者 $()=12x$ ，但是出题老师发现直接用倍数特性太简单，因此出现了在后面“+3”或者“-5”，再用倍数特性，比如 $()+3=12x$ ， $()-5=3x$ ，这种类型称为余数型，分东西问题的方法为“多退少补”。

1. 一堆苹果分给每人 10 个，剩余 3 个，选项分别为 117、123、120，剩余几个就是多几个，需要“退货”，（选项-3）能被 10 整除，只有 123 符合。

2. 一堆苹果分给每人 10 个，还缺 3 个，选项分别为 117、123、120，缺几个就补上几个，所以（选项+3）能被 10 整除，只有 117 符合。

3. 分完东西多几个就退掉几个，缺几个就补上几个。

【例 1】（2016 深圳）两箱同样多的蛋黄派分别分发给两队志愿者做早餐，分给甲队每人 6 块缺 8 块，分给乙队每人 7 块剩 6 块，已知甲队比乙队多 6 人，则一箱蛋黄派有多少块？

- A. 120 B. 160
C. 180 D. 240

【解析】例 1. 第一箱只分给第一队，第二箱只分给第二队，问一箱蛋黄派有多少块，看甲或者乙都可以，选择分析甲。一箱蛋黄派分给甲队每人 6 块缺 8 块，所以补上 8 块后可以被 6 整除，选项+8 后分别得到 128、168、188、248，把 6 分解为 2×3 ，由于 3 排除选项的能力强，优先验证 3。 $1+2+8=11$ ，11 不是 3 的倍数，排除； $1+6+8=15$ ，15 是 3 的倍数，168 也是 2 的倍数，满足，但是不能直接选，还要看剩下的选项； $1+8+8=17$ ，17 不是 3 的倍数，排除； $2+4+8=14$ ，14 不是 3 的倍数，排除，只有 B 项符合。【选 B】

【注意】1. 如果有两个选项+8 后都是 6 的倍数，就选择一个选项代入验证，看是否符合条件。

2. 也可以分析乙队，分给乙队每人 7 块剩 6 块，选项-6 后看哪个能被 7 整除，只有 B 项 $160-6=154$ ，可以被 7 整除，但是不推荐分析乙队，不管是补上 8 块还是减去 6 块，需要验证是否为 6 或者 7 的倍数，推荐优先验证 3 或 9，7 与 3 和 9 都无关，6 和 3 有倍数关系，所以优先分析甲队。

3. $() + 8$ 可以被 6 整除，如果 $()$ 本身就能被 6 整除，加上不能被 6 整除的 8，结果肯定不能被 6 整除，所以 $()$ 本身不可以被 6 整除，可以排除能被 6 整除的 A、C、D 项，但是这个思路是由于本题的选项比较巧合，如果用这个思路去做类似的题，并不能解出，并且做题的思维逻辑也不符合常理，在考场上一一般不会想到，可能下了考场再分析才会想到，所以搞清楚常规思路即可。

【例 2】（2015 江苏 A）一群大学生进行分组活动，要求每组人数相同，若每组 22 人，则多出一人未被分进组；若少分一组，则恰好每组人数一样多。已知每组人数最多只能 32 人，则该群学生总人数是：

- A. 441 B. 529
C. 536 D. 528

【解析】例 2. 平均分组，也是余数型问题。总人数除以 22 余 1，所以扣掉多余的 1 人后，正好是 22 的倍数。A 项-1=440，是 22 的倍数；B 项-1=528，是 22 的倍数；C 项和 D 项减 1 后都是奇数，不可能是 22 的倍数，所以排除 C、D 项。需要注意条件为每组人数一样多，并不是人数与组数一样多，剩余两个选项，剩二代一，代入好算的 A 项，假设总人数为 441 人，按照每组 22 人来分组，分为 20 组，多余 1 人，如果少分一组，则分为 19 组， $441/19$ 不能整除，是非整数，与题干矛盾，所以排除 A 项，选择 B 项。【选 B】

【注意】1. 在考场上没有必要验证 B 项，直接选择即可。

2. 很多同学验证 B 项会觉得也是错误的，代入 B 项， $529/19$ 也不能整除，但是需要注意，19 组是根据 A 项推出的，总人数为 529 人时，组数不是 20 组，减少一组不可能是 19 组。验证 B 项： $529=22*24+1$ ，则分为 24 组，如果少分一组，则分为 23 组， $529=23*23$ ，满足题干条件。

【例 3】（2018 陕西）苗苗有一堆草莓，乐乐也有一堆草莓。苗苗的草莓五个五个地数，最后剩两个，七个七个地数，最后还是剩两个；乐乐的草莓五个五个地数，最后剩四个，六个六个地数，最后剩三个。已知苗苗比乐乐多 8 个草莓，则苗苗的草莓数为：

- | | |
|--------|--------|
| A. 37 | B. 62 |
| C. 72 | D. 77 |
| E. 87 | F. 92 |
| G. 102 | H. 107 |

【解析】例 3. 陕西题，有 8 个选项，并不一定只能死算，也能代入解题。苗苗的草莓数除以 5 余 2，除以 7 余 2，则苗苗的草莓数“退掉”2 个后能同时被 5 和 7 整除，即能被 5 和 7 的公倍数 35 整除，由此排除 B、D、E、F、G 项。剩余 A、C、H 项，剩三代二，必出答案，代入 A 项：苗苗有 37 个草莓，则乐乐有 $37-8=29$ 个， $29/5$ 余 4， $29/6$ 余 5，错误，排除；代入 C 项：苗苗有 72 个草莓，则乐乐有 $72-8=64$ 个， $64/5$ 余 4， $64/6$ 余 4，错误，排除；直接选 H 项。【选 H】

【注意】1. 本题没有秒杀的方法，这个方法已经非常快了。

2. 陕西的数量题一定要做，分值非常高，一题有 2 分，言语、判断都只有 1 分。

【答案汇总】1-3: BBH

三、比例型

【知识点】比例型：在前面基础上延伸出来的，前面为 $() = ax$ ，或者 $() = ax \pm b$ ，方法为“多退少补”；比例型是和别人之间呈现比例关系，在比例关系中寻找倍数特性，比如 $() / \text{别的量} = a/b$ ，比起前面复杂点。

1. $A/B = m/n$ (m 、 n 互质)， A 、 B 是具体的量， m/n 是比例关系，互质就是没有公约数，比如 $m/n = 3/5$ 或 $1/2$ 都是互质， $6/10$ 或 $3/6$ 就不是互质，比如某个班级男/女 $= 3/5$ ，男生人数是 3 份，女生人数是 5 份。

(1) A 是 m 的倍数，男生的人数是 3 的倍数，如果选项为 15 和 20，要选择 15。

(2) B 是 n 的倍数，女生的人数是 5 的倍数，如果选项为 25 和 28，要选择 25。

(3) $A+B$ 是 $m+n$ 的倍数，男+女是 8 的倍数，如果选项为 30 和 40，要选择 40。

(4) $A-B$ 是 $m-n$ 的倍数，女-男是 2 的倍数，如果选项为 5 和 6，要选择 6。

(5) 要写成互质的形式，如果 $3/5$ 表示为 $60/100$ ，可能男生只有 30 人，女生只有 50 人，不满足 $60/100$ ，所以要写成最简形式。

2. 比例的常见形式：

(1) 男生是女生的 $3/5$ (分数)。

(2) 男生与女生之比 3: 5 (比例)， $3: 5 = 3/5$ 。

(3) 男生是女生的 60% (百分数)， $60\% = 60/100 = 3/5$ 。

(4) 男生是女生的 0.6 倍 (倍数)， $0.6 = 6/10 = 3/5$ 。

【例 1】(2017 吉林) 古希腊数学家丢番图 (Diophantus) 的墓志铭：过路人，这儿埋葬着丢番图，他生命的六分之一是童年；再过了一生的十二分之一后，

他开始长胡须，又过了一生的七分之一后他结了婚；婚后五年他有了儿子，但可惜儿子的寿命只有父亲的一半，儿子死后，老人再活了四年就结束了余生。根据这个墓志铭，丢番图的寿命为：

- A. 60
B. 84
C. 77
D. 63

【解析】例 1. 问的是丢番图自己的寿命，根据题干条件：生命的 $\frac{1}{6}$ 是童年，即童年/寿命= $\frac{1}{6}$ ；再过了一生的 $\frac{1}{12}$ ，即再过/寿命= $\frac{1}{12}$ ；又过了一生的 $\frac{1}{7}$ ，即又过/寿命= $\frac{1}{7}$ ，则寿命是 6、12、7 的公倍数。6 和 12 有倍数关系，求公倍数的时候就不需要考虑小的数，12 的倍数一定是 6 的倍数，找 12 和 7 的公倍数，12 和 7 没有约数，是互质的，直接相乘即可， $12 \times 7 = 84$ ，对应 B 项。【选 B】

【注意】题中的其他条件不是废话，如果用方程法就需要用到。

【例 2】（2019 广东选调）某单位购买了 30 个文件袋，有大、中、小三个型号。已知大号文件袋和中号文件袋数量之比为 5：6，中号文件袋和小号文件袋数量之比为 3：2。那么，所购的小号文件袋有多少个？

- A. 4
B. 6
C. 8
D. 10

【解析】例 2. 方法一：中号：小号=3：2，则小号是 2 的倍数，但是无法排除选项，条件给出两个比例关系，大号：中号=5：6，中号：小号=3：2，涉及到连比，找中间量，即出现两次的“中号”，设中号为 6 和 3 的公倍数 6，得到大号：中号：小号=5：6：4，则小号是 4 的倍数，排除 B、D 项。代入 A 项：小号 4 个，则大号有 5 个，中号有 6 个， $4+5+6 \neq 30$ ，不满足条件，排除 A 项。

方法二：总共 30 个文件袋，得到比例关系大号：中号：小号=5：6：4， $5+6+4=15$ ，总共 15 份，对应 30 个，则每份对应 2 个，小号占 4 份，对应 8 个。【选 C】

【注意】1. 如果本题改为中号：小号=2：3，则大号：中号：小号=5：6：9。

2. 考场上凡是给出两个小比例，求大比例的，找中间量的公倍数。

【例 3】（2015 北京）甲、乙两个班各有 40 多名学生，男女生比例甲班为 5：6，乙班为 5：4。则这两个班的男生人数之和比女生人数之和：

- A. 多 1 人 B. 多 2 人
C. 少 1 人 D. 少 2 人

【解析】例 3. 注意是“各有”，不是“共有”，几十多在国考中出现过陷阱，40 多的范围为 41~49，甲班和乙班都只给出比例，没有给出具体人数。分析甲班：男/女=5/6，男生是 5 份，女生是 6 份，总人数是 11 份，40 多中只有 44 满足，则 1 份为 4 人，所以男生为 20 人，女生为 24 人；分析乙班：男/女=5/4，男生是 5 份，女生是 4 份，总人数是 9 份，40 多中只有 45 满足，则 1 份为 5 人，所以男生为 25 人，女生为 20 人。男生和=20+25=45，女生和=24+20=44，男生-女生=45-44=1，对应 A 项。【选 A】

【例 4】(2018 山东) 某企业有不到 100 名员工，本月只有 $\frac{1}{12}$ 的员工未得到每人 1000 元的全勤奖，只有 13 名员工未得到每人 1000 元的绩效奖，两个奖都未得到的员工占员工总数的 $\frac{1}{14}$ 。问企业本月共发放全勤奖和绩效奖多少万元？

- A. 7.1 B. 12.6
C. 14.8 D. 16.8

【解析】例 4. 不到 100 名，即小于 100，最多 99 人。问的是发多少钱，钱数是确定的，只要求出人数即可，根据“本月只有 $\frac{1}{12}$ 的员工未得到每人 1000 元的全勤奖”，总人数一定是 12 的倍数；根据“两个奖都未得到的员工占员工总数的 $\frac{1}{14}$ ”，总人数一定是 14 的倍数。找 12 和 14 的公倍数，12 和 14 的公约数为 2，剩余 6 和 7，公倍数=2*6*7=84，人数一定是 84 的倍数，并且要小于 100，所以总人数为 84 人。全勤奖+绩效奖=1000*84*($\frac{11}{12}$) + 1000*(84-13) = 1000*(77+71) = 14.8 万，对应 C 项。【选 C】

【注意】1. 只要是相邻的两个自然数，一定没有公约数。

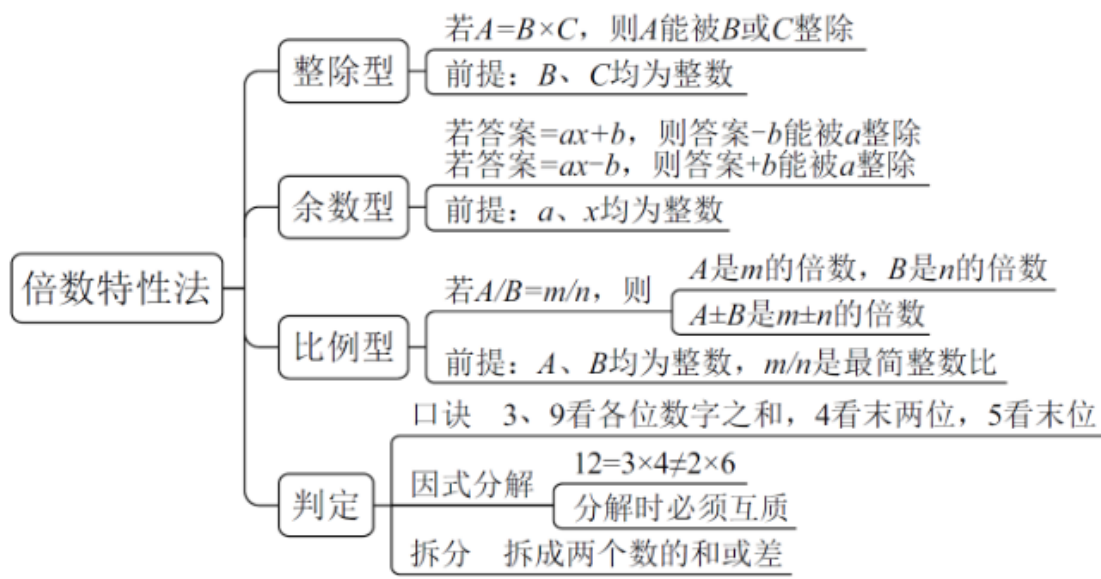
2. 如果本题条件改为不到 200 名员工，就有两种情况，总人数可能为 84 或 84*2。

3. 本题不需要减去交叉部分，全勤奖和绩效奖是可以叠加的。

4. 本题如果改为全勤奖和绩效奖不能同时兼得，就可以用全勤奖的人数+绩效奖的人数-两者都拿到的人数来解题，或者用总人数-都没拿到的人数来解题，

总人数-都没拿到的人数=至少拿到一个的人数，总共有 $84 \times (1 - 1/14) = 78$ 人得了奖，则发放了 $78 \times 1000 = 7.8$ 万。

【答案汇总】1-4: BCAC



【小结】倍数特性：

1. 整除型：

- (1) 若 $A=B \times C$ ，则 A 能被 B 或 C 整除。
- (2) 前提： B 、 C 均为整数。

2. 余数型：多退少补。

- (1) 若答案 $= ax + b$ ，则答案 $-b$ 能被 a 整除。
- (2) 若答案 $= ax - b$ ，则答案 $+b$ 能被 a 整除。
- (3) 前提： a 、 x 均为整数。

3. 比例型：

- (1) 若 $A/B = m/n$ ，则：
 - ① A 是 m 的倍数， B 是 n 的倍数。
 - ② $A \pm B$ 是 $m \pm n$ 的倍数。

- (2) 前提： A 、 B 均为整数， m/n 是最简整数比。

4. 判定：与做题本身无关，而是关于快速判定答案，方便计算。

- (1) 口诀：

①3、9 看各位数字之和，比如看 13425 是否为 3 的倍数， $1+3+4+2+5=15$ ，15 是 3 的倍数，则 13425 是 3 的倍数；比如看 13425 是否为 9 的倍数， $1+3+4+2+5=15$ ，15 不是 9 的倍数，则 13425 不是 9 的倍数，也可以看出余数，15 除以 9 商 1 余 6，所以 13425 除以 9 也是余 6。

②4 看末两位，在闰年中考查，闰年的 2 月有 29 天，闰年 4 年一闰，奥运会的年份就是闰年，比如 1986 年，只需要看最后两位 86， $86/4$ 商 21 有余数，所以不是 4 的倍数；比如 2024 年，24 能被 4 整除，所以 2024 能被 4 整除。

③5 看末位，尾数是 0 或 5 即可。

④其他数字的判定，不推荐记忆，比如 7、11、13 的特殊判定方法，除非方法记忆的特别熟悉，否则考场上回忆不出来，比如 8 的倍数，看末三位，但是在真题中，看末三位与直接除没有区别。

(2) 因式分解：

① $12=3*4 \neq 2*6$ 。

②分解时必须互质，当 a、b 互质时，其最小公倍数为 $a*b$ 。

(3) 拆分：拆成两个数的和或差。

①比如 441 和 529，看减 1 后能否被 22 整除， $441-1=440$ ，很明显是 22 的倍数； $529-1=528$ ，不好直接看出是否为 22 的倍数，把 528 拆成 $440+88$ ，440 和 88 都是 22 的倍数，所以 528 是 22 的倍数。

②国考中出现过连续 7 个数求和，选项分别为 602、623、628、631，看是否为 7 的倍数，可以直除，也可以用拆分的方法，以 630 为基础， $602=630-28$ ， $623=630-7$ ， $628=630-2$ ， $631=630+1$ ，630 一定是 7 的倍数，后面的数也要是 7 的倍数，可以先排除 628 和 631。

第三节 方程法

一、普通方程

【知识点】普通方程：设未知数技巧（未知数设得越多或者未知数没设好，算起来都会麻烦很多）。重点放在不定方程上。

1. 设小不设大（减少分数计算，优先设小数）。如条件中有甲、乙、丙三者

的关系，若甲=3*乙，如果设甲=x，则乙=(1/3)*x，有分数、小数不方便计算；可以设乙=x，则甲=3x，都是整数比较好算。如果给的是甲比乙大多少，优先设小的，因为加法比减法更不容易出错。

2. 设中间量（方便列式）：如甲、乙、丙中，甲出现 1 次，乙出现 3 次，丙出现 2 次，关系最多的，可以设为中间量，方便列算式。有的题目从设小不设大来理解，应该设甲；从设中间量来理解，应该设乙；不用都满足，选择一方即可。

3. 问谁设谁（为了提高正确率，避免陷阱）：如问的是乙，设的是甲，算出甲为 100，就直接选择 100，这样容易掉坑。

【例】(2018 四川)甲和丙的年龄和是乙的 2 倍，今年甲的年龄是丙的 3 倍，9 年后甲的年龄是丙的 2.4 倍，则多少年后丙的年龄是乙的 4/7？

- A. 7
B. 9
C. 12
D. 14

【解析】例. 年龄问题，考虑代入排除，但是代起来非常麻烦，比如代入 A 项，得出的是 7 年后，但是不知道 7 年后是几岁，不好计算。看到三个未知数，每句话都有丙，并且答案中也有丙，丙出现的次数最多，而且丙小，则设今年丙的年龄为 x，则甲=3x，乙=2x，列式为： $3x+9=2.4*(x+9)$ ， $0.6x=1.4*9$ ， $x=1.4*9/0.6=1.4*90/6$ ，解得 $x=21$ ，即今年丙 21 岁，乙=2x=42。假设 y 年后满足条件，列式为： $(21+y)/(42+y)=4/7$ 。

方法一：代入 A 项，满足条件，选择 A 项。

方法二：如果计算， $(21+y)$ 必须是 4 的倍数， $21+9=30$ ，不能被 4 整除，排除 B 项； $12+9=21$ ，不能被 4 整除，排除 C 项； $14+9=23$ ，不能被 4 整除，排除 D 项；对应 A 项。或者 $(42+y)$ 必须是 7 的倍数，42 是 7 的倍数，说明 y 必须是 7 的倍数，排除 B、C 项；再代入 A 项，如果 A 项正确，就选 A 项，如果 A 项不正确，就选 D 项。【选 A】

【注意】简单的方程可以直接计算，难算的方程可以考虑代入的方法。

二、不定方程

【知识点】不定方程： $ax+by=M$ ，如 $3x+5y=18$ ，两个未知数，一个等号，是

不定方程。要么纯粹代入排除；要么分析一些特性来排除一些选项，如分析得到答案是 7 的倍数，可以直接找 7、14……。

1. 方法：分析奇偶、倍数、尾数等数字特性，尝试代入排除。

2. 奇偶：

(1) $ax+by=M$ ，当 a 、 b 恰好一奇一偶时，考虑奇偶特性。

(2) $3x+4y=25$ ， $x=?$ (x 、 y 均为正整数)

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

答：(1) 先看偶数倍，如 $2x$ 、 $4y$ 、 $6z$ 、 $8x$ 等，偶数倍必为偶。(2) 再分析整个算式的奇偶性，得出未知数的奇偶性，排除选项。 $4y$ 为偶数，25 为奇数， $3x+\text{偶数}=\text{奇数}$ ，则 $3x$ 是奇数， x 为奇数，排除 A、C 项；剩 B、D 项，代入一项，必得答案，可以代入 B 项验证： $x=3$ ，解得 $y=4$ ，都是正整数，正确。

3. 倍数：

(1) $ax+by=M$ ，当 a 或 b (系数) 与 M 有公因子 (公约数) 时，考虑倍数特性。

(2) $7x+3y=60$ ， $x+y$ 最大为多少? (x 、 y 均为正整数)

A. 12

B. 13

C. 16

D. 18

答：方法一：7 和 60 没有公因子， $3y$ ($3M$) 和 60 ($3N$) 有公因子 3，则 $7x$ 必然含有因子 3，即 $3*(N-M)$ ， x 是 3 的倍数， $x=3$ 、6、9……。当 $x=3$ 时， $y=13$ ， $x+y=16$ ，此时不能确定 ($x+y$) 是否是最大的；当 $x=6$ 时， $y=6$ ， $x+y=12$ ，排除 A、B 项；当 $x=9$ 时， y 变成了负数；对应 C 项。

方法二：问的是 ($x+y$) 的最大值，改造方程得： $3*(x+y)+4x=60$ 。代入 D 项： $x+y=18$ ，解得 $x=1.5$ ，不是整数，排除；代入 C 项： $x+y=16$ ，解得 $x=3$ ，满足；对应 C 项。

【注意】 1. 在 $ax+by=M$ 中，只要发现 b 和 M 有公因子， a 和 M 有公因子，那么另外一个数就一定含有同样的公因子。

2. $x=0$ ， $y=20$ 不满足，因为正整数不含 0，整数分为正整数、负整数和 0。0 既不是正数也不是负数，0 是一个整数。

4. 尾数:

(1) $ax+by=M$, 当 a 或 b 尾数是 0 或 5 时, 考虑尾数。

(2) $37x+20y=271$, $x=?$ (x 、 y 均为正整数)

A. 1

B. 3

C. 2

D. 4

答: $20y$ 尾数为 0, 271 尾数为 1, $37x+\text{尾数 } 0=\text{尾数 } 1$, 则 $37x$ 尾数为 1。代入 A 项: $37*1$ 尾数不是 1, 排除; 代入 B 项: $7*3$ 尾数为 1, 满足; 代入 C、D 项, 尾数肯定是偶数, 排除 C、D 项; 对应 B 项。

【例 1】(2015 联考) 每年三月某单位都要组织员工去 A、B 两地参加植树活动, 已知去 A 地每人往返车费 20 元, 人均植树 5 棵, 去 B 地每人往返车费 30 元, 人均植树 3 棵, 设到 A 地有员工 x 人, A、B 两地共植树 y 棵, y 与 x 之间满足 $y=8x-15$, 若往返车费总和不超过 3000 元时, 那么, 最多可植树多少棵?

A. 498

B. 400

C. 489

D. 500

【解析】例 1. 问的是 y 的值最大为多少, 给的是不定方程, 可以考虑奇偶、倍数特性。 $y=8x-15$, 两个未知数, 一个等号, $8x$ 一定是偶数, 15 是奇数, 则 y 一定是奇数, 只有 C 项是奇数, 对应 C 项。【选 C】

【注意】看到不定方程, 以代入为主, 参考奇偶、倍数、尾数等特性。

【知识点】不定方程组:

1. 第一类: 未知数一定是整数 (人数、个数……, 不可拆分)。

(1) $a_1x+b_1y+c_1z=M$ 。

(2) $a_2x+b_2y+c_2z=N$ 。

2. 方法: 先消元转化为不定方程, 再按不定方程求解。

【例 2】(2017 江苏) 小王打靶共用了 10 发子弹, 全部命中, 都在 10 环、8 环和 5 环上, 总成绩为 75 环, 则命中 10 环的子弹数是:

A. 1 发

B. 2 发

C. 3 发

D. 4 发

【解析】例 2. 出现“共”“总”，意味着有个等号。设命中 10 环、8 环、5 环的子弹数分别为 x 、 y 、 z ，列式为： $x+y+z=10$ ①， $10x+8y+5z=75$ ②，三个未知数，两个等量关系。

方法一：求的是 x ，不能消掉 x 。消 y 或者 z ，消 y 比较麻烦，所以消 z ，① $\times 5$ -②得： $5x+3y=25$ 。不定方程，优先考虑代入，代入 A 项： $x=1$ ，解得 $y=20/3$ ，不是整数，排除；代入 B 项： $x=2$ ，解得 $y=5$ ，满足，对应 B 项。

方法二：倍数特性： $5x$ 和 25 都含有因子 5，则 $3y$ 也含有因子 5，即 y 一定是 5 的倍数， $y=5$ 时，解得 $x=2$ ，对应 B 项。【选 B】

【例 3】（2018 四川）某企业采购 A 类、B 类和 C 类设备各若干台，21 台设备共用 48 万元。已知 A、B、C 类设备的单价分别为 1.2 万元、2 万元和 2.4 万元。问该企业最多可能采购了多少台 C 类设备？

A. 16

B. 17

C. 18

D. 19

【解析】例 3. A、B、C 的单价分别为 1.2 万元、2 万元和 2.4 万元，总共是 21 台、48 万，可以用台数和钱数分别列方程。设 A、B、C 的台数分别为 x ， y ， z ，则 $x+y+z=21$ 台①， $1.2x+2y+2.4z=48$ 万②，②-① $\times 2$ 得： $-0.8x+0.4z=48-42=6$ 。取整：同时乘以 10 倍，则 $-8x+4z=60$ ， $-2x+z=15$ ， $z=15+2x$ ， $2x$ 是偶数， z =偶数+奇数=奇数，排除 A、C 项；问最多，先代最大的，代入 D 项： $z=19$ ， $x=2$ ，此时 $y=0$ ，不满足条件（采购 A 类、B 类和 C 类设备各若干台，不能是 0 台）；对应 B 项。【选 B】

【注意】 $-0.8x+0.4z=6$ ，如果 $z=19$ ，解得 $x=2$ ， $y=0$ ，排除 D 项；如果 $z=18$ ， x 不是整数解；同理，再代入 B 项也能得出答案。

【知识点】不定方程组：第二类：未知数不一定是整数（钱数、时间）。

1. 特值法（一般赋零）：对于未知数不一定是整数的不定方程组，可以赋其中 1 个未知数为零，进而快速计算出其他未知数，这在目前为止没有反例。

2. 配系数（中学）。不建议，因为对思维的要求很高，而且有一定的运气成

分。

【例 4】(2018 上海) 现有甲、乙、丙三种货物，若购买甲 1 件、乙 3 件、丙 7 件共需 200 元；若购买甲 2 件、乙 5 件、丙 11 件共需 350 元。则购买甲、乙、丙各 1 件共需多少元？

- A. 50
B. 100
C. 150
D. 200

(1) 设小不设大（避免分数）。

(2) 设中间量（方便列式）。

(3) 求谁设谁（避免陷阱）。

2. 不定方程：代入排除。

(1) 奇偶特性：系数一奇一偶。如 $y=8x+15$ ， x 的系数是 8， y 的系数是 1，系数就是一奇一偶。

(2) 倍数特性：系数与常数有公因子。

(3) 尾数特性：系数尾数为 5 或 0。

(4) 直接代入选项。

3. 不定方程组：

(1) 未知数一定是整数：消元。

(2) 未知数不一定是整数：特值法（一般赋 0）。

练习一（2018 国考）某新能源汽车企业计划在 A、B、C、D 四个城市建设 72 个充电站，其中在 B 市建设的充电站数量占总数的 $\frac{1}{3}$ ，在 C 市建设的充电站数量比 A 市多 6 个，在 D 市建设的充电站数量少于其他任一城市。问至少要在 C 市建设多少个充电站？

A. 20

B. 18

C. 22

D. 21

【解析】练习一：题目中有 4 个未知数，如果要解方程，D 的值不能确定，会出现不等式。有不确定的解，往往会出现不定方程，可以考虑代入。问至少，从最小的开始代入。先代 B 项：总数=72， $B=24$ ， $C=18$ ， $A=12$ ，则 $D=18$ ，明显 D 不是最少的，排除；代入 A 项： $B=24$ ， $C=20$ ， $A=14$ ，则 $D=14$ ，“少于其他任何一个”，说明不能并列，排除；代入 D 项：如果正确，直接选择 D 项，如果不正确，选择 C 项， $B=24$ ， $C=21$ ， $A=15$ ，则 $D=12$ ，满足条件，对应 D 项。【选 D】

练习二（2018 国考）一辆汽车第一天行驶了 5 个小时，第二天行驶了 600 公里，第三天比第一天少行驶 200 公里，三天共行驶了 18 个小时。已知第一天的平均速度与三天全程的平均速度相同，问三天共行驶了多少公里？

(2) 第五节：行程问题。

4. 预习要求：

(1) 原则上要做完每个章节至少 50% 的题目。

(2) 实在不会做的话，对每节前几题要有充分的思考，熟悉题型和题意。

【答案汇总】代入排除法：1-3：BAD

倍数特性法：整除型：1-2：CD；余数型：1-5：BBH；比例型：1-4：BCAC

方程法：普通方程：A；不定方程：1-4：CBBB

遇见不一样的自己

Be your better self